

Løsningsforslag Fagdagsprøve 02.12.2013

DEL 1 - uten hjelpemiddel

Oppgave 1 Potenser og standardform _____

a) $\frac{(3^{-1})^3}{3^3 \cdot (3^{-2})^3}$

Her må vi benytte potensreglene og regne ut:

$$\frac{(3^{-1})^3}{3^3 \cdot (3^{-2})^3} = \frac{3^{-3}}{3^3 \cdot 3^{-6}} = \frac{3^{-3}}{3^{3-6}} = \frac{3^{-3}}{3^{-3}} = 1$$

1

b) $\frac{a^3 b^{-2} (2ab^2)^{-3}}{6b^{-4}} =$
 $\frac{a^3 b^{-2} (2ab^2)^{-3}}{6b^{-4}} = \frac{a^3 b^{-2} 2^{-3} a^{-3} b^{-6}}{6b^{-4}} = \frac{a^{3-3} b^{-2-6} 2^{-3}}{6b^{-4}} = \frac{a^0 b^{-8} 2^{-3}}{6b^{-4}} = \frac{1}{2^3} \frac{1}{6} b^{-8-(-4)} = \frac{1}{48} b^{-4}$

$\frac{1}{48b^4}$

c) $\frac{\sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt{5}}$

I denne oppgaven er det viktig å kjenne til skrivemåten $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$$\frac{\sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5^{\frac{2}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

$\sqrt[3]{5}$

Oppgave 2 Regning _____

a) $2 \cdot 4 - \frac{7-3}{4} - (14-4)(2+3) =$

Husk at det er lurt å regne ut parentesene først.

$$8 - \frac{4}{4} - (10)(5) = 8 - 1 - 50 = -43$$

-43

b) $2a(a-2) - (2-a)^2 + 2(a-1)(1+a)$

$$2a^2 - 4a - (4 - 4a + a^2) + 2(a + a^2 - 1 - a) = 2a^2 - 4a - 4 + 4a - a^2 + 2a^2 - 2 = 3a^2 - 6$$

$3a^2 - 6$

Oppgave 3 Faktorisering og forkorting _____

a) Forkort brøken $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$

Her må vi se på teller og nevner. Telleren kan vi faktorisere ved å benytte den tredje kvadratsetningen

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$$

Nevneren er et fullstendig kvadrat og kan faktoreres slik

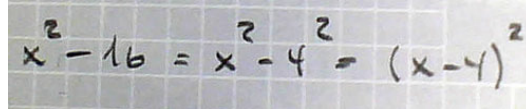
$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 = (x+3)^2$$

Da kan vi skrive brøken

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} = \frac{(x+3)(x-3)}{(x+3)^2} = \frac{x-3}{x+3}$$

$$\frac{x-3}{x+3}$$

b) Solan fikk i oppgave å faktorisere $x^2 - 16$ og gjorde det slik du ser under. Kommenter løsningen til Solan.



Her har nok Solan rotet litt. I starten går det bra $x^2 - 16 = x^2 - 4^2$, men så sier han at $x^2 - 4^2 = (x - 4)^2$ og det stemmer ikke. Regner vi ut $(x - 4)^2$ får vi $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$

Det vi kan gjøre er å faktorisere med konjugatsetningen. Da blir utregningen slik:
 $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$

Oppgave 4 Likninger

a) Løs likninga $(x + 1)(x + 2) - (x + 1)(2x + 4) = 0$

Denne løser vi enklest ved å se at $(x + 1)$ er en felles faktor i alle leddene. Da kan vi faktorisere og løse likninga slik:

$$\begin{aligned} (x + 1)(x + 2) - (x + 1)(2x + 4) &= 0 \\ (x + 1)((x + 2) - (2x + 4)) &= 0 \\ (x + 1)(-x - 2) &= 0 \\ -(x + 1)(x + 2) &= 0 \\ x = -1 \vee x = -2 \end{aligned}$$

Hvis vi regner ut uttrykket blir det sånn

$$\begin{aligned} (x + 1)(x + 2) - (x + 1)(2x + 4) &= 0 \\ -x^2 - 3x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

Den likninga må vi løse med fullstendige kvadrat

$$\begin{aligned} -x^2 - 3x - 2 &= 0 \\ x^2 + 3x + 2 &= 0 \\ x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 &= 0 \\ \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 &= 0 \\ \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} &= 0 \\ \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= 0 \\ \left(x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) &= 0 \\ (x + 2)(x + 1) &= 0 \\ x = -1 \vee x = -2 \end{aligned}$$

$$\underline{x = -1 \vee x = -2}$$

b) Løs likningssettet $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

Addisjonsmetoden

I-2*II:

$$I \quad 4x - 3y = 5$$

$$-2 \cdot II \quad -4x + 2y = -10$$

$$-y = -5 \Rightarrow y = 5$$

$$2x - 5 = 5 \Rightarrow x = 5$$

Innsetningsmetoden

$$y = 2x - 5$$

Setter det inn:

$$4x - 3y = 5$$

$$4x - 3(2x - 5) = 5$$

$$4x - 6x + 15 = 5$$

$$-2x = -10$$

$$x = 5$$

Finner y

$$y = 2x - 5 = 2 \cdot 5 - 5 = 5$$

$$\underline{x = 5 \wedge y = 5}$$

c) Løs likninga $x^2 + 8x = -15$

Vi løser den med fullstendige kvadrat

$$x^2 + 8x = -15$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = -15 + 4^2$$

$$(x + 4)^2 = -15 + 4^2$$

$$(x + 4)^2 = 1$$

$$x + 4 = \pm 1$$

$$x + 4 = 1 \vee x + 4 = -1$$

$$x = -3 \vee x = -5$$

Vi kunne også faktorisert med den tredje kvadratsetningen mot slutten

$$x^2 + 8x = -15$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = -15 + 4^2$$

$$(x + 4)^2 = -15 + 4^2$$

$$(x + 4)^2 = 1$$

$$(x + 4)^2 - 1^2 = 0$$

$$(x + 4 - 1)(x + 4 + 1) = 0$$

$$(x + 3)(x + 5) = 0$$

$$x = -3 \vee x = -5$$

$$\underline{x = -3 \vee x = -5}$$

d) Et rektangel har omkrets 24 cm. Arealet av rektangelet er 35 cm². Regn ut

lengden og bredden

Vi kaller lengden for l og bredden for b . Da kan vi sette opp disse to likningene.

$$\text{Omkretsen er 24cm: } 2l + 2b = 24$$

$$\text{Arealet er 35 cm}^2: \quad l \cdot b = 35$$

Da har vi to likninger og kan benytte innsetningsmetoden.

Starter med å forkorte i den første og så sette inn.

$$l + b = 12$$

$$l = 12 - b$$

$$(12 - b)b = 35$$

$$\text{Da får vi denne likninga: } 12b - b^2 = 35$$

$$b^2 - 12b = -35$$

$$b^2 - 2 \cdot b \cdot 6 + 6^2 = -35 - 6^2$$

$$(b - 6)^2 = 1$$

$$b - 6 = 1 \vee b - 6 = -1$$

$$b = 7 \vee b = 5$$

e) I et rektangel er bredden 3 meter kortere enn lengden. Arealet av rektangelet er 28 kvadratmeter. Hvor lang er sidene i rektangelet?

Igen kaller vi bredden b og lengden for l . Da får vi $b = l - 3$

Arealet skal være 28

$$l \cdot b = 28$$

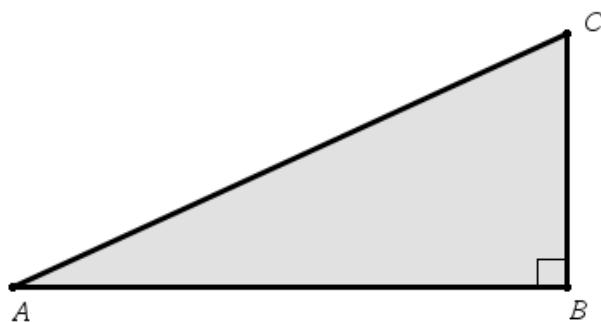
$$l \cdot (l - 3) = 28$$

Kan vi tenke oss til to tall? l må være større enn 3. Hva blir 28, jo $4 \cdot 7$ og det stemmer bra.

Bredden er 4 m og lengden er 7 m

Oppgave 5 Trigonometri

Ta utgangspunkt i trekanten under, bruk sidene og skriv ned definisjonen av



a1) $\sin A$

$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

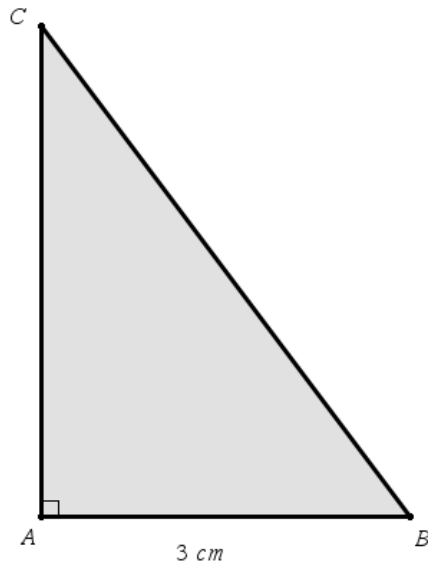
a2) $\cos C$

$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

a3) $\tan A$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

b) Du får oppgitt at $\cos B = \frac{3}{5}$ i trekanten under. Bestem lengden til BC



$$\cos B = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{x}$$

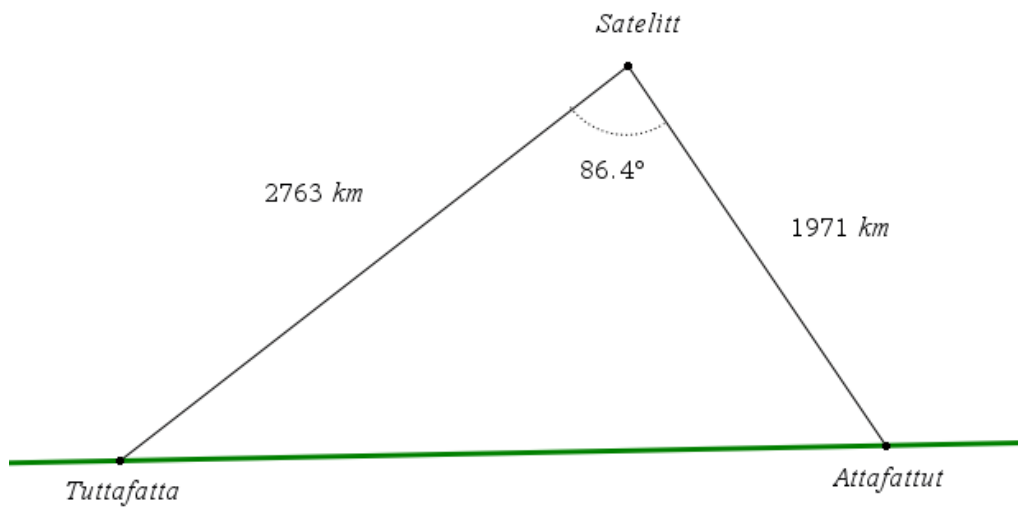
$$x = 5$$

BC er 5

DEL 2 - med hjelpemiddel

Egen fil løst med Nspire

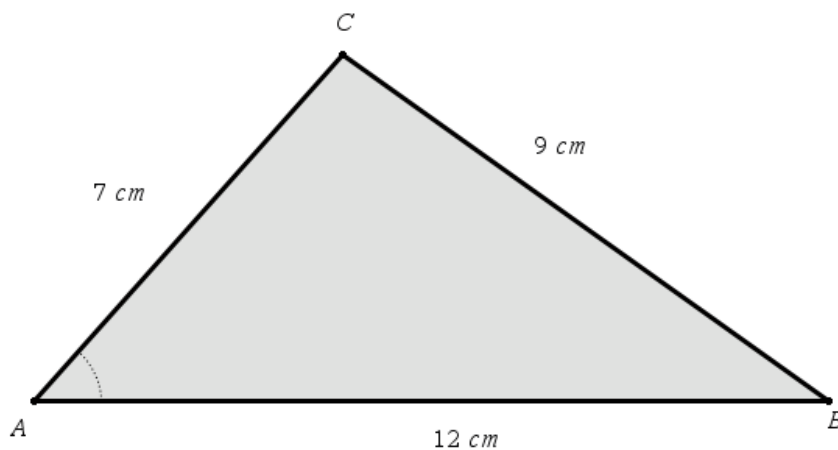
Oppgave 6 _____



I mange år har det vært diskutert hvor langt det er fra Tuttafatta til Attafattut. Endelig har vi fått målinger fra en satelitt som var i området. Avstanden fra satelitten til Tuttafatta ble målt til 2763 km og avstanden til Attafattut ble målt til 1971 km. Måleinstrumentene i satelitten fant at vinkelen mellom de to måle linjene var 86.4° Figuren over viser situasjonen.

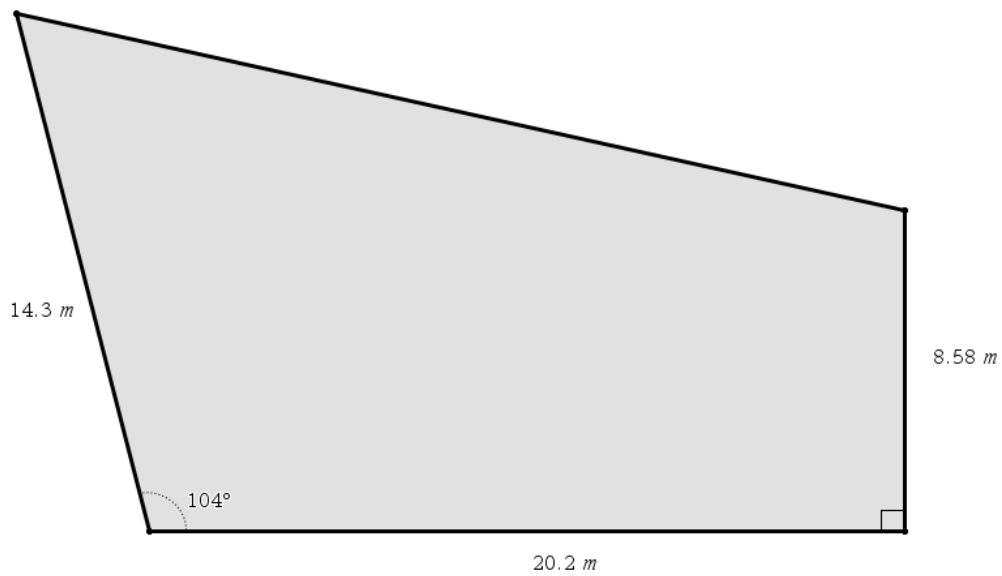
Finn avstanden fra Tuttafatta til Attafattut.

Oppgave 7 _____



I en trekant ABC er $AB = 12\text{ cm}$, $BC = 9\text{ cm}$ og $AC = 7\text{ cm}$. Bestem $\angle A$.

Oppgave 8 _____



Figuren viser oppmålingen av ei tomt. Finn arealet.